



双曲线的定义与标准方程

【教材分析】

本节课选自高等教育出版社数学《拓展模块》第二章第二节的内容，前面有椭圆知识及学习方法的铺垫，后面有抛物线的延续，有利于学生掌握和巩固三种圆锥曲线。

【学情分析】

学生刚刚学习了椭圆，对椭圆有了系统的了解，双曲线属于圆锥曲线的一种，学生通过对椭圆的学习，具备了研究双曲线的方法和能力。同时学生已经学习了立体几何及机械制图，对截面、圆锥等几何体有了充分的认识，具有用截面与对顶圆锥研究双曲线的形成的能力。

【教学目标】

知识目标：了解双曲线的标准方程推导过程，理解双曲线的定义，掌握双曲线标准方程两种形式及求法；

能力目标：通过对双曲线定义及其方程的认识，培养学生的分析、探究、概括等逻辑思维能力。

情感目标：通过对双曲线定义和标准方程的探索，激发学生的学习热情，使他们获得成功的体验。

【教学重点】

双曲线的定义及标准方程

【教学难点】

归纳双曲线的定义，推导双曲线的标准方程



【教学策略】

针对学生的学习基础与能力，通过小组合作，利用任务驱动法引导学生发现问题，解决问题，通过学生在做中学，学中做，让学生积极参与到教学中来，变被动学习为主动学习；通过应用启发式教学、小组合作探究式学习开发学生思维，让学生积极开动脑筋，激发学生兴趣，获得成功的体验。通过信息化技术的应用使学生能够清楚地理解双曲线的定义，使得枯燥的数学知识变得形象直观，同时加大了课堂容量，练习题紧贴高考，加深学生对知识点的理解。

【教学备品】

教学课件、拉链。

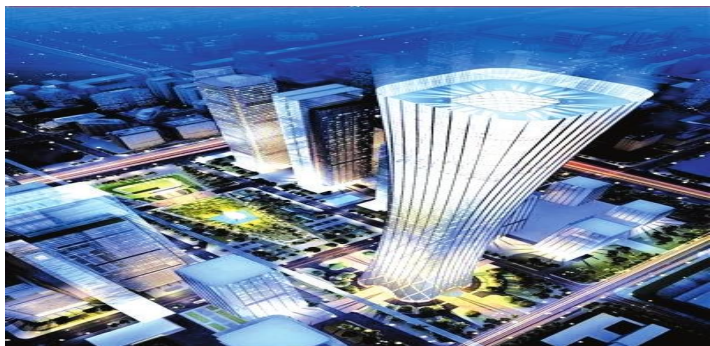
【课时安排】

2 课时。（90 分钟）

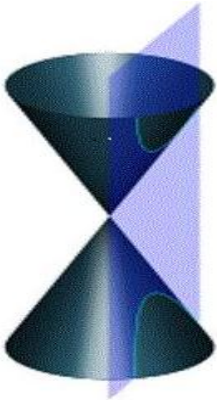
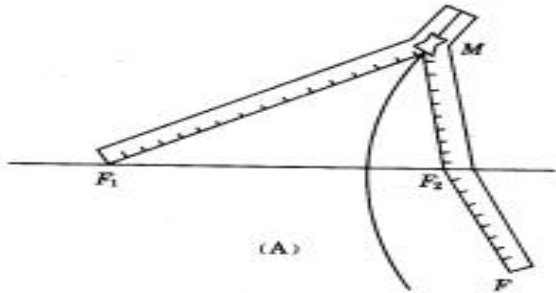
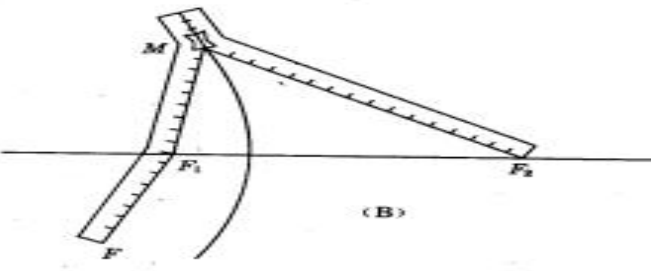
【教学过程】

教 学 过 程	教师 行为	学生 行为	教学 意图	时 间
*知识回眸 椭圆的定义与标准方程？ *揭示课题 9.1 平面的基本性质	质疑	答疑	铺垫	3
*创设情境 兴趣导入 1. 给学生播放歌曲《悲伤的双曲线》片段，让学生在歌曲中找到数学元素。 2. 询问课前任务完成情况，展示生活中的双曲线图形。	介绍 质疑	了解		5



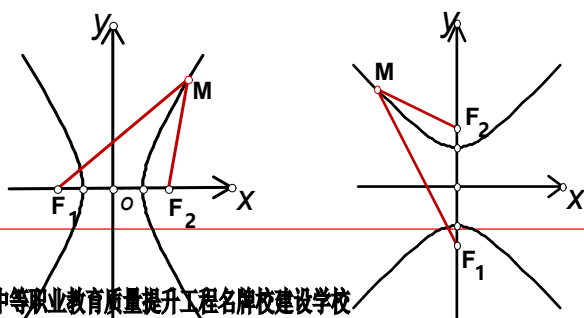
教 学 过 程	教师 行为	学生 行为	教学 意图	时 间
 	引导 展示 总结 评价	展 示 课 前 任 务 成 果	激 发 学 生 学 习 兴 趣， 培 养 学 生 学 习 主 动 性	8
  3. 展示双曲线与圆锥的关系	展示	观 看	使 学 生 明 白 双 曲 线 与 圆 锥 的 关 系	10



教 学 过 程	教师 行为	学生 行为	教学 意图	时 间
 双曲线 (hyperbola)				
*动脑思考 探索新知 任务一： 取一条拉链，在小黑板上取两个定点 F_1、F_2 连线，记为 $2c$，剩余部分记为 $2a$。用粉笔把拉链拉紧，在小黑板上慢慢移动，看画的是什么图形？  (A)  (B)	布置 任务	思考	做 中 学， 学 中 做， 激 发 学 习 兴 趣	16
	巡视 指导	小 组 讨 论 前 台 展 示		



教 学 过 程	教师 行为	学生 行为	教学 意图	时 间
学生分组试验（教师巡视指导，展示成果） 分析试验，得出规律： 在画图过程中，拉链长度变了没有？说明了什么？ 在画图过程中，拉链长度与两定点距离大小的关系？ 改变拉链长度与两定点的距离，轨迹是什么？ 交换拉链的两个端点，再固定在小黑板上，又形成什么曲线？ 几何画板演示 任务二：归纳双曲线定义 1、定义：平面内与两个定点 F_1、F_2 的距离之差的绝对值等于常数（小于 F_1F_2）的点的轨迹叫做双曲线。 定点 F_1、F_2 叫做双曲线的焦点，F_1、F_2 间的距离叫做焦距。 思考： （1）为何要加绝对值呢？ （2）为何常数要小于两点间的距离呢？等于、大于会如何呢？” 注意： （1）如果定义中没有绝对值轨迹是双曲线的一支。 （2）如果常数等于 F_1F_2 轨迹是以 F_1、F_2 为端点的射线，小于 F_1F_2 就没有轨迹了。 2 标准方程	质疑 演示 补充 质疑 分析 强调 关键 语句	学生 总结 规律 观察 总结 小组 讨论	为 归 纳 定 义 做 好 准 备 深 化 概 念 培 养 归 纳 总 结 能 力 培 养 学 生 由 具 体 到 抽 象 的 理 解 能 力	21 24 28





教 学 过 程	教师 行为	学生 行为	教学 意图	时 间
图一 图二 任务三： 推导双曲线的方程 如图一，建立平面直角坐标系设 $M(x, y)$ 为双曲线上的任意一点，M 与两个焦点 $F_1(-c, 0)$、$F_2(c, 0)$ 距离差的绝对值为 $2a$，则 $ MF_1 - MF_2 = \pm 2a, \text{ 即}$ $\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = \pm 2a, \text{ 两边平方整理得}$ $(c^2 - a^2)x^2 - a^2y^2 = a^2(c^2 - a^2)$ 由双曲线定义知，$2c > 2a, c > a$，所以令 $c^2 - a^2 = b^2 (b > 0)$，于是有 $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2, \text{ 两边除以 } a^2b^2 \text{ 得}$ $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > 0, b > 0) \text{ 即为焦点在 } x \text{ 轴上的双曲线标准方程。}$ 焦点在 y 轴上的双曲线的标准方程 $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1, (a > 0, b > 0)$ 思考：根据方程，如何判断双曲线的焦点位置？a、b、c 的等量关系？	质疑 课件展示 质疑总结	小组抢答 观看 小组讨论抢答	了解推导思路 了解推导过程 培养类比能力	33
*巩固知识 典型例题 例 1：已知双曲线的两个焦点在 x 轴上，焦距为				



教 学 过 程	教师 行为	学生 行为	教学 意图	时 间
14, 双曲线上一点 P 到 两焦点的距离的差的绝对值等于 8,求双曲线的标准方程。 解: $\because 2c = 14, 2a = 8$ $\therefore c = 7, a = 4.$ $\therefore b^2 = c^2 - a^2 = 33$ 而双曲线的焦点在 x 轴上 $\therefore$ 双曲线的标准方程为 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{33} = 1$ 例 2: (1) $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{25} = 1$ (2) $y^2 - x^2 = 4$ 解: (1) $\because$ 双曲线的焦点在 x 轴上, $a^2 = 144, b^2 = 25$ $\therefore c^2 = 144 + 25 = 169, c = 13$, 焦点为 $(\pm 13, 0)$, 焦距为 26。 (2) 将双曲线的方程两边除以 4 得 $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4} = 1$ $\therefore$ 双曲线的焦点在 y 轴上, $a^2 = 4, b^2 = 4$ $\therefore c^2 = 4 + 4 = 8, c = 2\sqrt{2}$, 焦点为 $(0, \pm 2\sqrt{2})$, 焦距为 $4\sqrt{2}$ 思考: 求椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 与双曲线 $\frac{x^2}{15} - y^2 = 1$ 的焦点坐标。	说明 强调 引领 讲解 说明 说明 强调 引领 讲解 说明 质 疑 总 结 补 充	观察 思考 主动 求解 观察 思考 小 组 抢 答 解 答 总 结 异 同	通 过 例 题 进 一 步 领 会 双 曲 线 定 义 巩 固 双 曲 线 的 标 准 方 程 培 养 学 生 的 类 比 能 力	35 40 45
*运用知识 强化练习 练习一: 1 设动点 M 到两个定点 $F_1(-\sqrt{13}, 0), F_2(\sqrt{13}, 0)$ 的距离之				



教 学 过 程	教师 行为	学生 行为	教学 意图	时 间
差等于 4，求动点 M 的轨迹方程。 2. 求满足下列条件的双曲线标准方程。 (1) $a=12$, 焦点为 $F_1(-13,0), F_2(13,0)$. (2) $b=3$, 焦点为 $F_1(0,-3\sqrt{3}), F_2(0,3\sqrt{3})$. 3. 求下列双曲线的焦点坐标及焦距。 (1) $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{9} = 1$ (2) $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{4} = 1$ 练习二: 1. 已知方程 $\frac{x^2}{m+2} - \frac{y^2}{m+1} = 1$ (1) 表示焦点在 x 轴上的双曲线，求 m 的取值范围。(2) 表示焦点在 y 轴上的双曲线，求 m 的取值范围。(3) 表示双曲线，求 m 的取值范围 2. (高考真题) 已知双曲线 $8kx^2 - ky^2 = 8$ 的一个焦点坐标为 $(0, 3)$。则 $k =$ _____ 3. (高考真题) 已知双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$，过右焦点 F_2 作双曲线的弦 AB，且 $AB = 5$，设该双曲线的另一焦点为 F_1，求 $\triangle ABF_1$ 的周长。	质疑 评价 质疑 巡视 总结 评价	小组抢答 观察思考 小组抢答	巩固定义和标准方程 贴近高考掌握重点知识培养学生的探索精神	55 75
*理论升华 整体建构 思考并回答下面的问题： 双曲线的定义与标准方程？	质疑 归纳 强调	回答	及时了解学生知识掌握情况	80
*归纳小结 强化思想 本次课学了哪些内容？重点和难点各是什么？	引导	回忆	深化	83



教 学 过 程	教师 行为	学生 行为	教学 意图	时 间
*目标检测，综合评价 1 设动点 M 到两个定点 $F_1(-\sqrt{13},0), F_2(\sqrt{13},0)$ 的距离之差的绝对值等于 4，求动点 M 的轨迹方程。 2、求 $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{17} = 1$ 的焦点、焦距 3. 已知方程 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{m} = 1$ 表示焦点在 x 轴上的双曲线，求 m 的取值范围。	提问 巡视	动手 求解	检验 学生 学习 效果	89
*继续探索 活动探究 (1) 读书部分：预习双曲线的性质，教材 $P_{39} - P_{42}$ (2) 书面作业：教材习题 P_{38} 1、2、3. (3) 实践调查：寻找双曲线的应用实例：卫星定位的原理。	说明	记录	分 层 次 要 求	90

【教学反思】

项目	反思点
学生知识、技能的掌握情况	学生能够理解有关知识；并能利用知识、技能解决问题； 在知识、技能的掌握上存在哪些问题；
学生的情感态度	学生能够积极参与，在数学活动中，认真、积极、自信； 遇到困难时，愿意通过自己的努力加以克服；
学生思维情况	学生能够积极思考，并在教师指导下进行反思；
学生合作交流的情况	学生能够进行小组合作；在交流中，能够积极表达；积极听取别人的意见；
学生实践的情况	学生愿意开展实践；在实践中能够积极思考；



迁西县职业技术教育中心

Qianxi Vocational and technical education center
